経済学概論 A（メカニズムと権利）期末試験問題冊子
香川大学 経済学部　2000 年度 前期
担当：H. Reiju Mihara

注意
a. **問題** 1 **から問題** 10 **の解答はマークシートに鉛筆** (HB **がベスト) で記入し，問題**11 **の解答はこの冊子の第**5 **ページ表面に直接記入すること．そして** (i) **マークシートと** (ii) **問題** 11 **の解答ページ (希望者のみ) とを提出すること．**
b. **マークシートの「学生番号」欄には，最初の** 1 **桁を空欄 (またはゼロ) にして学籍番号を右詰めで記入すること．その下のマーク欄には，学籍番号の左端にゼロを加え 学部を表す文字を数字に変換** (E **は** 0 **に，**J **は** 1 **に，それ以外は** 3 **に変換) したものをマークすること．例: 学籍番号** 99E199 **の学生は** 0990199 **とマーク．**
c. [**設問** 1] **から** [**設問** 27] **のそれぞれについて，もっとも適当と思う正解候補につけられたラベルと同じ数字 (マーク記号) を，マークシート上の対応する設問番号直下の** 1 **から** 0 **の中から選び，マークせよ．**
d. **配点はそれぞれの設問のところに標示している．合計は** 100 **点である．正解は三原オフィスドアと経済学部掲示板に掲示する予定．**

問題 1. [6 **点**] **選択肢の集合を** $X = \{a,b,c\}$ **とする．個人の集合を** $\{1,2\}$ **とする．いま選好プロファイル**(R_1,R_2) **が以下のようにあたえられている** bP_1aP_1c **かつ** cP_2bP_2a. (P_i **は** R_i **に対応する強い選好．**xP_iy **は「個人** i **は** x **を** y **よりも好む」の意．たとえば個人** 1 **は** b **を** a **よりも好み,** a **を** c **よりも好む．**xR_iy **は「個人** i **は** x **を** y **以上に好む」の意．問題** 11 **参照．)**

以下の集合 (i), (ii), (iii) **のそれぞれについて，それと等しい集合をラベル** (1) **から** (0) **をつけた正解候補から選べ:**
(i) **集合** $\{i \in I : aP_ic\}$ [**設問** 1: 2 **点**],
(ii) **集合** $\{x : xP_2b\}$ [**設問** 2: 2 **点**],
(iii) **集合** $\bigcap_{z\in X}\{x : xR_1z\}$ [**設問** 3: 2 **点**].

設問 1–3 **正解候補**: (1) $\emptyset$, (2) $\{1\}$, (3) $\{2\}$, (4) $\{1,2\}$, (5) $\{a\}$, (6) $\{b\}$, (7) $\{c\}$, (8) $\{a,b\}$, (9) $\{b,c\}$, (0) $\{a,c\}$.

問題 2. [4 **点**] **つぎの命題**1, **2について,** (i) **その真・偽と** (ii) **それが真または偽であることの理由としてもっとも妥当なものとの組み合わせを選べ．ただし**$\mathbf{N} := \{1,2,3,\dots\}$ **とする．**

命題 1 [**設問** 4: 2 **点**]: $\forall x \in \mathbf{N}\ \exists y \in \mathbf{N}\ [y > x]$.
(1) **真;** $x = 1$ **とすればよい．**
(2) **真; 与えられた** x **にたいして，**$y = x + 3$ **とすればよい．**
(3) **偽; 与えられた** x **にたいして，**$y = x$ **とすればよい．**
(4) **偽; 与えられた** x **にたいして，**$y = 1$ **とすればよい．**

命題 2 [**設問** 5: 2 **点**]: $\exists y \in \mathbf{N}\ \forall x \in \mathbf{N}\ [y > x]$.
(1) **真;「**$\forall x \in \mathbf{N}\ [y > x]$**」となる** y **が存在するとして，**$x = y - 1$ **とすればよい．**
(2) **真; 与えられた** x **にたいして，**$y = x + 3$ **とすればよい．**
(3) **偽;「**$\forall x \in \mathbf{N}\ [y > x]$**」となる** y **が存在するとして，**$x = y + 1$ **とすれば矛盾が導ける．**
(4) **偽;** $y = 1$ **とすれば「**$\forall x \in \mathbf{N}\ [y > x]$**」とならないので．**

問題 3. [5 **点**] **戦略形ゲーム** $(S_1,S_2;u_1,u_2)$ **が与えられている．戦略プロファイル** $s = (s_1,s_2)$ **がナッシュ均衡であるとは，以下のどの条件をみたすことか** [**設問** 6: 5 **点**]:
(1) $u_1(s_1,s_2) \ge u_1(s_1',s_2)$ for all $s_1' \in S_1$
and $u_2(s_1,s_2) \ge u_2(s_1',s_2)$ for all $s_1' \in S_1$.
(2) $u_1(s_1,s_2) \ge u_1(s_1,s_2')$ for all $s_2' \in S_2$
and $u_2(s_1,s_2) \ge u_2(s_1,s_2')$ for all $s_2' \in S_2$.
(3) $u_1(s_1,s_2) \ge u_1(s_1',s_2)$ for all $s_1' \in S_1$
and $u_2(s_1,s_2) \ge u_2(s_1,s_2')$ for all $s_2' \in S_2$.
(4) $u_1(s_1,s_2) \ge u_1(s_1',s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$
and $u_2(s_1,s_2) \ge u_2(s_1',s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$.

問題 4. [15 **点**] **以下のゲームを考える．**

		Player 2		
		l	m	r
Player 1	U	$2,3$	$3,2$	$0,0$
	M	$1,-1$	$1,-1$	$1,1$
	D	$2,1$	$1,2$	$-1,1$

(i) Player 1 **の戦略** U **にたいする** Player 2 **の最適反応を以下の正解候補** [**設問** 8 **と共通**] **から選べ** [**設問** 7: 2 **点**].
(ii) Player 2 **の支配戦略を以下の正解候補から選べ** [**設問** 8: 3 **点**].

設問 7–8 **正解候補**: (1) **戦略** U, (2) **戦略** M, (3) **戦略** D, (4) **戦略** l, (5) **戦略** m, (6) **戦略** r, (7) **存在しない**.

(iii) **このゲームの (純粋戦略による) ナッシュ均衡を以下の正解候補** [**設問** 10 **と共通**] **から選べ．**[**設問** 9: 5 **点，すべての正解候補を選んだ場合のみ得点**]
(iv) **いま** $\mathcal{G} = \{\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$ **をすべての空でない提携の集まりとする．このゲームの (純粋戦略による)**$\mathcal{G}$**-強均衡を以下の正解候補から選べ** [**設問** 10: 5 **点，すべての正解候補を選んだ場合のみ得点**]

設問 9–10 **正解候補 (均衡が存在しない場合は** (0) **を，存在する場合はそれらすべて** (1 **つとは限らない**) **を** (1)–(9) **から選ぶこと**): (1) (U,l), (2) (U,m), (3) (U,r), (4) (M,l), (5) (M,m), (6) (M,r), (7) (D,l), (8) (D,m), (9) (D,r), (0) **存在しない．**

問題 5. [5 **点**] **個人の集合を** $N = \{1,2,\dots,n\}$ **とする** $(n \ge 2)$**．選択肢の集合を** X **とする．**X **は少なくとも** 3 **つの要素を持つとする．**X **上の選好の集合を** $\mathcal{R}$ **と書く．**X **の部分集合で有限かつ非空のもの (「アジェンダ」) のあつまりを** $\mathcal{F}$ **とする．**

$\mathcal{P} \subset \mathcal{R}$ **とする** ($\mathcal{P}$ **はある制限された選好の集合). 社会選択ルールとは関数** $C : \mathcal{F} \times \mathcal{P}^N \to \mathcal{F}$ **であり，おのおののアジェンダ** $A \in \mathcal{F}$ **とおのおのの選好プロファイル** $R = (R_1,\dots,R_n) \in \mathcal{P}^N$ **にたいして，非空の部分集合** $C(A,R) \subset A$ **を対応させる．**

いま $X = \{a,b,c\}$ **とする．関数** $C_a : \mathcal{F} \times \mathcal{P}^N \to \mathcal{F}$ **を** $C_a(A,R) := \{a\}$ **によって定義する．**(i) C_a **は社会選択ルールかどうかと** (ii) **その理由としてもっとも妥当なものとの組み合わせを選べ** [**設問** 11: 5 **点**].
(1) **社会選択ルールではない;** $C_a(\{a,b,c\},R) = \{a\}$ **となることからいえる．**
(2) **社会選択ルールではない;** $C_a(\{a\},R) = \{a\}$ **となることからいえる．**
(3) **社会選択ルールではない;** $C_a(\{b\},R) = \{a\}$ **となることからいえる．**
(4) **社会選択ルールである;** $C_a(\{a,b,c\},R) = \{a\}$ **となることからいえる．**
(5) **社会選択ルールである;** $C_a(\{a\},R) = \{a\}$ **となること**

からいえる.
(6) 社会選択ルールである; $C_a(\{b\},R)=\{a\}$ となることからいえる.

問題 6. [5 点] いま社会選択ルール $C_0:\mathcal{F}\times\mathcal{P}^N\to\mathcal{F}$ を $C_0(A,R):=A$ によって定義する. このとき (i) C_0 はパレート条件をみたすかどうかと (ii) 「社会選択ルール $C:\mathcal{F}\times\mathcal{P}^N\to\mathcal{F}$ がパレート条件をみたす」の定義文として適当なものとの組み合わせを正解候補から選べ [設問 12: 5 点].
定義文 1: $\forall x,y\in X\ \forall R\in\mathcal{P}^N[(\forall i\in N\ xP_iy)\longrightarrow\forall A\in\mathcal{F}\ (x\in A\to y\notin C(A,R))]$.
定義文 2: $\forall x,y\in X\ \forall R\in\mathcal{P}^N[(\forall i\in N\ xP_iy)\longrightarrow\forall A\in\mathcal{F}\ (y\in A\to x\notin C(A,R))]$.
定義文 3: $\forall x,y\in X\ \forall R\in\mathcal{P}^N\{[xD_Gy\ \&\ (\forall i\in G\ xP_iy)]\longrightarrow\forall A\in\mathcal{F}\ [x\in A\to y\notin C(A,R)]\}$.
定義文 4: $\forall x,y\in X\ \forall R\in\mathcal{P}^N\{[xD_Gy\ \&\ (\forall i\in G\ xP_iy)]\longrightarrow\forall A\in\mathcal{F}\ [y\in A\to x\notin C(A,R)]\}$.
ただし D_G は提携 G の権利関係である.
正解候補:
(1) C_0 はパレート条件をみたす; 定義文 1 が適当.
(2) C_0 はパレート条件をみたす; 定義文 2 が適当.
(3) C_0 はパレート条件をみたす; 定義文 3 が適当.
(4) C_0 はパレート条件をみたす; 定義文 4 が適当.
(5) C_0 はパレート条件をみたさない; 定義文 1 が適当.
(6) C_0 はパレート条件をみたさない; 定義文 2 が適当.
(7) C_0 はパレート条件をみたさない; 定義文 3 が適当.
(8) C_0 はパレート条件をみたさない; 定義文 4 が適当.

問題 7. [10 点] [設問 13], [設問 14] とある空白を埋めることにより, 次の定理の証明を完成させよ:
権利体系 $D^{\mathcal{G}}=\langle D_G\rangle_{G\in\mathcal{G}}$ において, すくなくとも 2 人の個人 i, j が非空な権利関係(対称的とはかぎらない) をもっており, それぞれの権利関係に属するペア$(x,y)\in D_{\{i\}}$ と $(z,w)\in D_{\{j\}}$ で, 重ならない ($\{x,y\}\cap\{z,w\}=\emptyset$) ものがあるとする. このとき, パレート条件をみたし$D^{\mathcal{G}}$ を尊重する社会選択ルール$C:\mathcal{F}\times\mathcal{R}^N\to\mathcal{F}$ は存在しない.

証明. ある社会選択ルール $C:\mathcal{F}\times\mathcal{R}^N\to\mathcal{F}$ がパレート条件をみたし, $D^{\mathcal{G}}$ を尊重するとする. 条件により, $(x,y)\in D_{\{i\}}$ かつ $(z,w)\in D_{\{j\}}$ かつ $\{x,y\}\cap\{z,w\}=\emptyset$ を仮定する.
以下をみたすプロファイル R を考える:

$$R_i : wxyz$$
$$R_k : yzwx \quad \text{for all } k\neq i.$$

アジェンダ $A=\{x,y,z,w\}$ を考える.

- $x\notin C(A,R)$. なぜなら [設問 13: 5 点].
- $y\notin C(A,R)$. なぜなら [設問 14: 5 点].
- $z\notin C(A,R)$. なぜなら [以下省略].
- $w\notin C(A,R)$. なぜなら [以下省略].

したがって $C(A,R)=\emptyset$ となり, 矛盾が導かれた. ■
設問 13–14 正解候補:
(1) すべての $t\in N$ について wP_tx で, C がパレート条件をみたすから
(2) すべての $t\in N$ について yP_tz で, C がパレート条件をみたすから
(3) $(x,y)\in D_{\{i\}}$ かつ xP_iy で, C がパレート条件をみたすから
(4) $(z,w)\in D_{\{j\}}$ かつ zP_jw で, C がパレート条件をみたすから
(5) すべての $t\in N$ について wP_tx で, C が $D^{\mathcal{G}}$ を尊重するから
(6) すべての $t\in N$ について yP_tz で, C が $D^{\mathcal{G}}$ を尊重するから
(7) $(x,y)\in D_{\{i\}}$ かつ xP_iy で, C が $D^{\mathcal{G}}$ を尊重するから
(8) $(z,w)\in D_{\{j\}}$ かつ zP_jw で, C が $D^{\mathcal{G}}$ を尊重するから

問題 8. [10 点] 権利体系 $D^{\mathcal{G}}=\langle D_G\rangle_{G\in\mathcal{G}}$ とアジェンダ $A\subset X$ が与えられているとき,「ゲーム・フォーム $\Gamma_A=(S_A,g_A)$ が $D^{\mathcal{G}}$ にたいして**自由尊重型**である」とは以下で定義される:[1]

$$\forall x,y\in A\ \forall G\in\mathcal{G}\ \{xD_Gy\longrightarrow\forall s\in S_A$$
$$[y=g_A(s)\to\exists s'_G\in\prod_{i\in G}S_{iA}\ (x=g_A(s'_G,s_{-G}))]\}.$$

いま $N=\{1,2\}$ で $A=\{a,b,c\}$ とする. 権利体系 $D^{\mathcal{G}}=\langle D_{\{1\}}\rangle$ が $D_{\{1\}}=\{(a,c)\}$ から成っている. べつの権利体系 $D^{\mathcal{G}'}=\langle D_{\{2\}}\rangle$ が $D_{\{2\}}=\{(c,b)\}$ から成っている.

(i) 以下の表で与えられているゲーム・フォーム(S_A,g_A) について正しい記述を選べ [設問 15: 5 点]:

		Player 2	
		1	2
Player 1	1	c	b
	2	a	b

(ii) 以下の表で与えられているゲーム・フォーム(S'_A,g'_A) について正しい記述を選べ [設問 16: 5 点]:

		Player 2	
		1	2
Player 1	1	c	b
	2	a	a
	3	c	c

設問 15–16 正解候補:
(1) このゲームフォームは $D^{\mathcal{G}}$ にたいしても $D^{\mathcal{G}'}$ にたいしても自由尊重型である.
(2) このゲームフォームは$D^{\mathcal{G}}$ にたいして自由尊重型であるが, $D^{\mathcal{G}'}$ にたいしては自由尊重型でない.
(3) このゲームフォームは$D^{\mathcal{G}}$ にたいして自由尊重型でないが, $D^{\mathcal{G}'}$ にたいして自由尊重型である.
(4) このゲームフォームは $D^{\mathcal{G}}$ にたいしても $D^{\mathcal{G}'}$ にたいしても自由尊重型でない.

問題 9. [15 点]「ソロモンの例」では, 状態の集合が $\Theta=\{\alpha,\beta\}$ で, アウトカムの集合が $\{a,b,c,d\}$ で与えられている. 状態は次の 2 つ:

α: アンナが本当の母親である場合,

β: ベスが本当の母親である場合.

[1] $s'_G\in\prod_{i\in G}S_{iA}$ は G に属する個人の戦略の列で $s_{-G}\in\prod_{i\notin G}S_{iA}$ は G に属さない個人の戦略の列. たとえば $N=\{1,2,3,4\}$ で $G=\{1,4\}$ のとき, $s'_G=(s'_1,s'_4)\in S_{1A}\times S_{4A}$, $s_{-G}=(s_2,s_3)\in S_{2A}\times S_{3A}$, $(s'_G,s_{-G})=(s'_1,s_2,s_3,s'_4)$. もちろん $s=(s_G,s_{-G})$ と書ける.

アウトカムは次の 4 つ:

a: その子供をアンナに渡す，

b: その子供をベスに渡す，

c: その子供を 2 つに切り裂く，

d: アンナとベスとその子供を殺す．

これら 4 つのアウトカムにたいするアンナ (エージェント 1) とベス (エージェント 2) の選好は以下で与えられている:

- 状態 α のとき: アンナが $abcd$ の順; ベスが $bcad$ の順．
- 状態 β のとき: アンナが $acbd$ の順; ベスが $bacd$ の順．

ソロモンの例の選択関数 $f : \Theta \to A$ は $f(\alpha) = a$ かつ $f(\beta) = b$ をみたす．

[設問 17] から [設問 21] とある空欄を埋めることにより，**選択関数 f はナッシュ遂行できないことをしめせ．同じ設問番号の空欄が複数回現れていることがあるので，注意せよ．**

仮にアンナとベスをプレーヤーとするゲームフォーム g (以下の表に一部スケッチ) が f を遂行するとする (背理法の仮定)．

		Bess		
			s_2	
Anna			$\vdots$	
	s_1	$\cdots$	?	$\cdots$
			$\vdots$	

- 状態 β を考える．
  - $f(\beta) = b$ だから，f が遂行できるにはアウトカム [設問 17: 3 点] が ゲームフォーム g を表す行列の枡目のどこかに現れなければならない．その枡目に対応するナッシュ均衡を (s_1, s_2) とよぼう．ナッシュ均衡の定義により，[設問 18: 3 点] は s_1 にたいする最適反応で，s_1 は [設問 19: 3 点] にたいする最適反応である．
  - s_1 が [設問 19] にたいする最適反応であるためには，s_2 の列に [設問 20: 3 点] にとって [設問 17] より望ましいものが現れてはならない．状態 β のときの [設問 20] の選好 から，その列は [設問 21: 3 点] または d で埋まることが分かる．
- 状態 α を考える．[設問 17] はナッシュ均衡アウトカムであることがしめせる (ただし詳細は省略)．
- f を遂行するゲーム・フォームが状態 α でプレイされたときの均衡アウトカムは [都合により伏字] だけでなければならなかった．ところが上では [設問 17] が均衡アウトカムになってしまっているので矛盾．

設問 17–21 正解候補: (1) a, (2) b, (3) c, (4) d, (5) s_1, (6) s_2, (7) アンナ, (8) ベス, (9) ソロモン, (0) 子供.

問題 10．[15 点]「ソロモンの例」を考える (問題 9 参照; 正確にはアウトカム集合その他が修正されている)．

いま，単純化のために，

- 本当の母親にとってのその子供の価値(子供を取り戻すために払っていい額; 評価額) を v^m，
- 偽の母親にとってのその子供の価値を v^n

とする．2 人の女性は互いの評価額を知っており，ソロモンは $v^m > v^n$ という事実だけを知っているとする．ソロモンの目的は本当の母親に子供を渡すことである．母親が支払いをすべきだということを選択関数 f はいっていない．

Figure 5.3 の展開形ゲーム・フォームであらわされたメカニズム g を考える．[4 ページ参照: 状態ごとの利得の組 (アンナの利得, ベスの利得) と Stage 3 での分岐条件も記入している．]

[設問 22] から [設問 27] とある空欄を埋めることにより，**メカニズム g はソロモンの選択関数 f をサブゲーム完全均衡で遂行することをしめせ**:

- アンナが本当の母親のとき (状態 α)，アンナが自分が本当の母親だといい，ベスがそれに同意するのが均衡になる．よって子供はアンナへ渡される:
  - Stage 3 でアンナは $v^m - v - F \geq -F$ のときのみ対抗する．(この不等式の左辺はケース 3 でのアンナの利得; 右辺は [設問 22: 5 点] の利得．) つまり $v^m \geq v$ のときのみ対抗する．
  - もし Stage 3 でアンナが対抗してきたら Stage 2 でベスが対抗したときのベスの利得は [設問 23: 2 点]． Stage 2 で同意して子供をあきらめたほうがベスにとってまし (ベスの利得は [設問 24: 2 点]) である．
  - もし Stage 3 でアンナが対抗してこなかったら (このとき $v^m \leq v$ になっている)，Stage 2 でベスが対抗することにより，ベスは子供を得ることができる (ベスの利得は [設問 25: 2 点])．ところが対抗するためのつけ値 v が高くなりすぎるので ($v^n < v^m \leq v$ なので，前記の利得は負になる)，ベスは対抗しないほうがましである．
  - 以上により，Stage 2 ではベスが同意するはずである．そうすると Stage 1 でアンナは自分が本当の母親だと言う方が有利．(自分が本当の母親だと言ったときのアンナの利得は [設問 26: 2 点] で，そう言わなかったときのアンナの利得は [設問 27: 2 点] である．)
- ベスが本当の母親のとき (状態 β)，アンナが自分は母親でないと言うのが均衡になる．子供はベスへ渡される．(詳細は省略．)

設問 22 正解候補: (1) ケース 1 でのアンナ，(2) ケース 1 でのベス，(3) ケース 2 でのアンナ，(4) ケース 2 でのベス，(5) ケース 3 でのアンナ，(6) ケース 3 でのベス，(7) ケース 4 でのアンナ，(8) ケース 4 でのベス．

設問 23–27 正解候補: (1) 0, (2) v^n, (3) v^m, (4) $v^m - v - F$, (5) $v^n - v - F$, (6) $-F$, (7) $v^n - v$, (8) $v^m - v$.

問題 11．[10 点] **選択肢の集合** X **上の選好** R **を考える．すなわち** R **は** X **上の 2 項関係で，完備性**(forall $x, y \in X$, either xRy or yRx) **と推移性** (for all x, y, $z \in X$, if xRy and yRz, then xRz) **とをみたすものである．** R **に対応する強い選好を** P **と書く** (xPy **は** xRy and $\neg yRx$ **で定義される)．**

いま選択肢 x, y, z **について，** xRy **と** yPz **とがなりたっていると仮定する．このとき** xPz **となることを証明せよ．ひとつひとつのステップが導かれる理由 (「仮定** xRy **により」「**R **の推移性により」「**P **の定義から」の類い) も明示すること．**

経済学概論 A (メカニズムと権利) 期末試験解答用紙
香川大学 経済学部　2000 年度 前期
担当：H. Reiju Mihara

学籍番号 ______________________________

氏名 ______________________________

問題 11 **の解答をこの面に記入して，**(i) **マークシートとともに** (ii) **この解答用紙 (他ページから切り離す) も提出すること．ただし得点としてカウントされなくてもかまわなければ，この用紙を提出する必要はない．**

この用紙には殴り書きや落書き，そして授業の感想などを自由に記入してもよい．ただし問題 11 **の解答と紛らわしくならないようにすること．問題** 11 **に関係のない内容は得点にマイナスの影響を与えることはない．**