主題科目 国際化する社会 E1 政治経済をゲームする
期末試験問題冊子
香川大学 全学共通科目 2002 年度 前期
担当：三原麗珠

注意
a. **解答はマークシートに鉛筆** (HB **がベスト**) **で記入し，マークシートのみを提出すること．**
b. **マークシートの「学籍番号」欄には，最初の** 1 **桁のゼロにつづく** 2 **桁目から学籍番号を記入してマークすること．「講義名」欄には「三原教養」と記入すること．**
c. [**設問** 1] **から** [**設問** 23] **のそれぞれについて，もっとも適当と思う正解候補につけられたラベルと同じ数字** (**マーク記号**) **を，マークシート上の対応する設問番号直下の** 1 **から** 0 **の中から選び，マークせよ．**
d. **配点はそれぞれの問題と設問のところに標示している．合計は** 100 **点である．**
e. **分子/分母の形で分数を表すことがある．たとえば** $3/5 + 1 = \frac{3}{5} + 1$.
f. **展開形ゲームの情報集合の表し方が武藤のテキストとちがっていることに注意．**
g. **正解は三原の** Web **ページと三原オフィスドアに掲示する予定．**

問題 1 [5 点]. 戦略形ゲーム $(S_1, S_2; u_1, u_2)$ が与えられている．戦略の組 $s = (s_1, s_2)$ がナッシュ均衡であるとは，以下のどの条件をみたすことか [**設問** 1: 5 点]:
(1) $u_1(s_1, s_2') \geq u_1(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$ and $u_2(s_1', s_2) \geq u_2(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$.
(2) $u_1(s_1', s_2) \geq u_1(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$ and $u_2(s_1, s_2') \geq u_2(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$.
(3) $u_1(s_1, s_2) \geq u_1(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$ and $u_2(s_1, s_2) \geq u_2(s_1', s_2')$ for all $s_1' \in S_1$, $s_2' \in S_2$.
(4) $u_1(s_1, s_2) \geq u_1(s_1', s_2)$ for all $s_1' \in S_1$ and $u_2(s_1, s_2) \geq u_2(s_1', s_2)$ for all $s_1' \in S_1$.
(5) $u_1(s_1, s_2) \geq u_1(s_1, s_2')$ for all $s_2' \in S_2$ and $u_2(s_1, s_2) \geq u_2(s_1, s_2')$ for all $s_2' \in S_2$.
(6) $u_1(s_1, s_2) \geq u_1(s_1', s_2)$ for all $s_1' \in S_1$ and $u_2(s_1, s_2) \geq u_2(s_1, s_2')$ for all $s_2' \in S_2$.
(7) $u_1(s_1, s_2) \geq u_1(s_1, s_2')$ for all $s_2' \in S_2$ and $u_2(s_1, s_2) \geq u_2(s_1', s_2)$ for all $s_1' \in S_1$.

問題 2 [15 点]. 図 1 のゲームを考える．

		Player 2		
		l	m	r
	U	$2,1$	$1,2$	$-1,1$
Player 1	M	$1,-1$	$1,-1$	$1,1$
	D	$2,3$	$3,2$	$0,0$

図 1: 問題 2 のゲーム

(i) Player 1 の戦略 U にたいする Player 2 の最適反応を正解候補 (設問 3, 4 と共通) から選べ [**設問** 2: 2 点].
(ii) Player 2 の支配戦略を正解候補から選べ [**設問** 3: 4 点].
(iii) Player 1 の戦略 D が弱支配する戦略 (戦略 D によって弱支配される戦略) をすべてあげよ [**設問** 4: 4 点; すべての正解を選んだばあいのみ得点]．

設問 2–4 正解候補: (1) 戦略 U, (2) 戦略 M, (3) 戦略 D, (4) 戦略 l, (5) 戦略 m, (6) 戦略 r, (7) 存在しない.

(iv) このゲームの純粋戦略によるナッシュ均衡を以下から選べ [**設問** 5: 5 点; 均衡が存在しないばあいは (0) を，存在するばあいはそれらすべてを (1)–(9) から選ぶこと; すべての正解を選んだばあいのみ得点]: (1) (U, l), (2) (U, m), (3) (U, r), (4) (M, l), (5) (M, m), (6) (M, r), (7) (D, l), (8) (D, m), (9) (D, r), (0) 存在しない.

問題 3 [9 点]. 図 2 にあげるゲームを考える．

		Player 2	
		l	r
Player 1	U	$2,1$	$0,0$
	D	$0,0$	$1,2$

図 2: 問題 3 のゲーム

いま，Player 1 の混合戦略を $\mathbf{p} = (p, 1-p)$ とし (p は戦略 U を採る確率，$1-p$ は戦略 D を採る確率), Player 2 の混合戦略を $\mathbf{q} = (q, 1-q)$ とする (q は戦略 l を採る確率，$1-q$ は戦略 r を採る確率)．このとき純粋戦略でない戦略 ($0 < p < 1$ かつ $0 < q < 1$) によるナッシュ均衡 $(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ を求め，その均衡における p の値 [**設問** 6: 6 点] と Player 2 の期待利得 $u_2(\mathbf{p}, \mathbf{q})$ [**設問** 7: 3 点] とを正解候補から選べ:

設問 6–7 正解候補: (1) 0, (2) 1, (3) 2, (4) 1/2, (5) 3/2, (6) 1/3, (7) 2/3, (8) 4/3, (9) 5/3, (0) 以上の候補以外.

問題 4 [10 点]. (i) 以下の命題 a, b, c の真偽の組 (a の真偽，b の真偽，c の真偽) を正解候補 (設問 9 と共通) から選べ [**設問** 8: 5 点]:
a. (強) 支配される戦略がナッシュ均衡にふくまれることはない.
b. 弱支配戦略は他のプレーヤーの任意の戦略にたいする最適反応である.
c. ある混合戦略が相手のある戦略にたいする最適反応であるとき，その混合戦略にふくまれる純粋戦略 (その混合戦略が正の確率を与える純粋戦略) はどれも，相手のその戦略にたいする最適反応である.
(ii) 以下の命題 d, e, f の真偽の組 (d の真偽，e の真偽，f の真偽) を正解候補から選べ [**設問** 9: 5 点]:
d. 囚人のジレンマの有限回繰り返しゲームでは，毎期裏切り (自白) をとりつづける戦略の組は部分ゲーム完全均衡である.
e. 囚人のジレンマの有限回繰り返しゲームで割引因子 δ がじゅうぶん大きければ，毎期裏切り (自白) をとりつづける戦略の組以外の部分ゲーム完全均衡が存在する.
f. 囚人のジレンマの無限回繰り返しゲームで割引因子 δ がじゅうぶん大きければ，毎期裏切り (自白) をとりつづける戦略の組以外の部分ゲーム完全均衡が存在する.

設問 8–9 正解候補: (1) 真真真, (2) 真真偽, (3) 真偽真, (4) 真偽偽, (5) 偽真真, (6) 偽真偽, (7) 偽偽真, (8) 偽偽偽.

問題 5 [15 点]. 図 3 にあげる 4 つのゲームを考える．
(i) これらの 4 つのゲームから囚人のジレンマを挙げ，(設問 11–12 と共通の) 正解候補 (1)–(4) からすべて選べ [**設

	L	R
U	$2,2$	$1,3$
D	$3,1$	$0,0$

ゲーム 1

	L	R
U	$4,4$	$1,6$
D	$6,1$	$2,2$

ゲーム 2

	L	R
U	$2,2$	$0,0$
D	$0,0$	$1,1$

ゲーム 3

	L	R
U	$1,2$	$0,0$
D	$0,0$	$2,1$

ゲーム 4

図 3: 問題 5 の 4 つのゲーム．プレーヤー 1 は U か D を，プレーヤー 2 は L か R を選ぶ．

問 10: 5 点; すべての正解を選んだばあいのみ得点]．なお，囚人のジレンマではそれぞれのプレーヤーが支配戦略を持っていることに注意．

(ii) 以下のそれぞれの命題 a, b について，もしその命題が偽ならば反例 (その命題が**偽であることをしめす例**) を正解候補 (1)–(4) からすべて選べ．ただし反例があがっていなければ (6) を選べ．もしその命題が真であるならば，正解候補 (5) を選べ．純粋戦略の範囲で考えればよい．命題 a で離れた先がナッシュ均衡でもいい．

a. ナッシュ均衡から同時に 2 人が離れる (戦略を変える) ことによって，その 2 人の利得が両方とも改善されることはない [**設問** 11: 5 点; すべての正解を選んだばあいのみ得点]．

b. 戦略形ゲームに複数のナッシュ均衡があるとき，特定のプレーヤーの利得はそれらどの均衡においても等しい [**設問** 12: 5 点; すべての正解を選んだばあいのみ得点]．

設問 10–12 正解候補: (1) ゲーム 1, (2) ゲーム 2, (3) ゲーム 3, (4) ゲーム 4, (5) 命題が真であるため，反例が存在しない, (6) 命題は偽であるが，これら 4 つのゲームのなかには反例が存在しない．

問題 6 [17 点]．図 4 の展開形ゲームを考える．ただし U, M, D はプレーヤー A の選択肢で，l, r はプレーヤー B の選択肢である．また，点線で結ばれた 2 点は B の情報集合を表し，端点の数字のペアは A の利得と B の利得をこの順序で記入している．

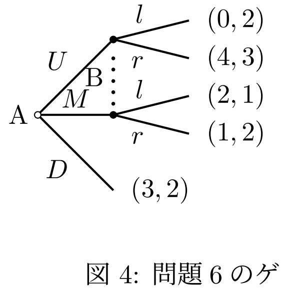

図 4: 問題 6 のゲーム

(i) このゲームに全体ゲーム以外の部分ゲームはいくつあるか [**設問** 13: 2 点]: (1) 1 個, (2) 2 個, (3) 3 個, (4) 4 個, (5) 5 個, (6) 6 個, (7) 7 個, (8) 8 個, (9) 9 個, (0) 0 個.

(ii) プレーヤー B の情報集合における B の信念を $(q, 1-q)$ とする; ただし q は上の点 (A が U を選んだばあい) にいる確率で，$0 \le q \le 1$ である．このとき B の最適な選択について正しいものを以下から 1 つ選べ [**設問** 14: 2 点]: (1) q の値にかかわらず l を選ぶのが最適, (2) q の値にかかわらず r を選ぶのが最適, (3) q が 0 よりある値 t $(0 < t < 1)$ より大きければ l を選ぶのが最適で，t より小さければ r を選ぶのが最適, (4) q がある値 t $(0 < t < 1)$ より大きければ r を選ぶのが最適で，t より小さければ l を選ぶのが最適.

(iii) このゲームの純粋戦略による部分ゲーム完全均衡を正解候補 (設問 16 と共通) からすべて選べ [**設問** 15: 6 点; 均衡が存在しないばあいは (7) を，存在するばあいはそれらすべてを (1)–(6) から選ぶこと; すべての正解を選んだばあいのみ得点]．

(iv) このゲームの完全ベイジアン均衡における戦略の組と B の信念とを正解候補から選べ [**設問** 16: 7 点; 戦略の組を (1)–(6) から 1 つ，信念を (8)–(0) から 1 つ，合計 2 つを正しく選んだときのみ得点]:

設問 15–16 正解候補: (1) (U, l), (2) (U, r), (3) (M, l), (4) (M, r), (5) (D, l), (6) (D, r), (7) 存在しない, (8) $(0, 1)$, (9) $(1, 0)$, (0) 任意の $(q, 1-q)$.

問題 7 [12 点]．ホテリングモデルを考える．プレーヤー 1 と 2(アイスクリーム屋) が区間 $[0, 1] = \{x : 0 \le x \le 1\}$ で表される 1 キロメートルの砂浜に立地しようとしている．客は区間上に一様に分布しており，2 軒のうち近い方の店でアイスクリームを 1 つだけ買うとする．プレーヤー i の利得 $u_i(x_1, x_2)$ である客数の割合 (0 と 1 の間の数) はそれぞれのプレーヤーの立地点 (戦略)x_1, x_2 によって決まる．もし 2 軒が同じ地点に立地していれば，それぞれの利得は 1/2 とする．

(i) プレーヤー 2 の立地点 $x_2 = 0.5$ のとき，プレーヤー 1 が利得 0.2 を得るには自分の立地点 x_1 をどこに選べばよいか．ただし $x_1 \le x_2$ とする．[**設問** 17: 3 点]

(ii) プレーヤー 2 の立地点 $x_2 = 0.5$ のとき，プレーヤー 1 が利得 0.5 を得るには自分の立地点 x_1 をどこに選べばよいか．ただし $x_1 \le x_2$ とする．[**設問** 18: 3 点]

設問 17–18 正解候補: (1) そのような x_1 は存在しない, (2) 0, (3) 0.1, (4) 0.2, (5) 0.3, (6) 0.4, (7) 0.5.

(iii) プレーヤー 2 の立地点 $x_2 = 0.9$ のとき，プレーヤー 1 が利得 0.88 を得るには自分の立地点 x_1 をどこに選べばよいか．[**設問** 19: 3 点]

(iv) プレーヤー 2 の立地点 $x_2 = 0.9$ のとき，プレーヤー 1 が利得 0.9 を得るには自分の立地点 x_1 をどこに選べばよいか．[**設問** 20: 3 点]

設問 19–20 正解候補: (1) そのような x_1 は存在しない, (2) 0.82 以下, (3) 0.83, (4) 0.84, (5) 0.85, (6) 0.86, (7) 0.87, (8) 0.88, (9) 0.89, (0) 0.9.

問題 8 [10 点]．3 人の議員からなる議会で，議員報酬の引き上げについて roll-call 方式 (公開で順番に投票; 自分より前に投票した議員の投じた票が分かる) で投票を行う．3 人の議員はいずれも報酬引き上げを望んでいる (引き上げの利益を $b > 0$ とする)．その一方で，もし引き上げに投票すれば，有権者の反感を買うためのコスト c (ただし $b > c > 0$) を被るとする．いま投票する順番にしたがってプレーヤーを 1, 2, 3 と呼び，各プレーヤーは y (yes: 引き上げに賛成) または n (no: 引き上げに反対) のいずれか一方に投票するとする．

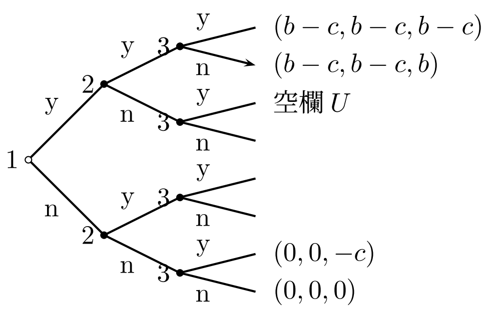

図 5: 問題 8 のゲーム

(i) 図 5 を完成させれば，この状況を展開形ゲームで表現できる．このとき空欄 U に入る利得列を以下から選べ [**設問** 21: 4 点]: (1) $(b-c, b, b-c)$, (2) $(b-c, -c, b-c)$, (3) $(b, b-c, b-c)$, (4) $(-c, b-c, b-c)$, (5) $(-c, 0, 0)$, (6) $(-c, b, b)$, (7) $(0, -c, 0)$, (8) $(b, -c, b)$.
(ii) このゲームの部分ゲーム完全均衡におけるプレーヤー 2 の戦略を以下の正解候補 (1)–(4) から (たとえば ny は上の情報集合で n を，下の情報集合で y を選ぶ戦略)，プレーヤー 1 の利得を (5)–(8) から選べ [**設問** 22: 6 点; 合計 2 つの正解を正しく選んだばあいのみ得点]: (1) yy, (2) yn, (3) ny, (4) nn, (5) b, (6) $b-c$, (7) 0, (8) $-c$.

問題 9 [7 点]. 図 6 の展開形で表されるプレーヤー A と B の 2 段階交渉ゲームを考える．第 1 ラウンドで B が x_2 をオファーし (ただし $0 \leq x_2 \leq 1$)，A が a (accept: 承諾) または r (reject: 拒否) を選ぶ．A が r を選べば，第 2 ラウンドで A が x_1 をオファーし (ただし $0 \leq x_1 \leq 1$)，B が a(承諾) または r(拒否) を選んでゲームは終わる．利得は A の利得，B の利得の順で表されている．また，割引率 $\delta = 0.9$ で，交渉が決裂したときの A の取り分はゼロだが，B の取り分は 0.1 とする．

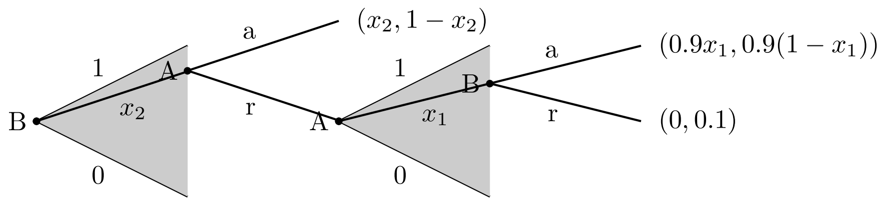

図 6: 問題 9 のゲーム

このゲームの部分ゲーム完全均衡 (バックワード・インダクションの解) におけるオファー x_2 の値を求めよ [**設問** 23: 7 点]: (1) 0.1, (2) 0.2, (3) 0.3, (4) 0.4, (5) 0.5, (6) 0.6, (7) 0.7, (8) 0.8, (9) 0.9, (0) 1.