

注意

- 解答はこの用紙に直接記入して、提出すること。
- 配点はそれぞれの問題のところにしめしている。合計 15 点満点である。

解答用紙の返却を希望する場合は以下の 1 を、希望しない場合は以下の 2 を選び○で囲め。回答がない場合は返却希望としてあつかう。

- 返却希望。** 他人に私の答案を見られるおそれがあることに異議を唱えません。紛失やその他の理由のため、答案の返却が自動的に保証されるわけではないことに同意します。採点の遅延のため期末試験以前に返却されるとは限らないことを了承します。
- 返却不要。** この答案の採点にかんして異議を唱える権利を放棄します。

問題 1 [5 点; 結論が合っていれば 2 点; 結論が正しくないときは部分点は 2 点どまり]. 列ベクトル空間 \mathbf{R}^2 において、次のベクトルが線形従属になるためには、実数 t がどのような条件を満たせばよいか。理由も述べよ:

$$\mathbf{a}_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{a}_2 = \begin{bmatrix} t \\ -1 \end{bmatrix}$$

問題 2 [3 点; 部分点なし]. 列ベクトル空間 \mathbf{R}^3 において線形独立なベクトル $\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ で張られる部分空間

$$W = \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} = k_1\mathbf{b}_1 + k_2\mathbf{b}_2 + k_3\mathbf{b}_3, k_1, k_2, k_3 \in \mathbf{R}\}$$

について、以下の 1-5 から正しいものをすべて選んで○で囲め:

- $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ は W の基底である。
- $\{\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3\}$ は W の基底ではない。
- W の次元は $\dim W < 3$ となる。
- W の次元は $\dim W = 3$ となる。
- W の次元は $\dim W > 3$ となる。

問題 3 [7 点]. 写像 $g: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^1$ と $h: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^1$ が以下のように与えられている:

$$g: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \mapsto [3 + x_1x_2]$$

$$h: \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \mapsto [3x_1x_2]$$

(a) [2 点] いま $k = 0$, $\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ のとき, $g(k\mathbf{a})$ を求めよ。

(b) [3 点; 部分点なし] 以下の 1-2 から正しいものをすべて選んで○で囲め [少なくとも 1 つは正しい]:

- 写像 $g: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^1$ は線形写像ではない。
- 写像 $h: \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^1$ は線形写像ではない。

(c) [2 点] 設問 (b) で線形写像でないとしたものうちどちらか 1 つについて、それが線形写像でないことをしめせ。