共通科目 数学 (グラフ理論とネットワーク最適化) 中間試験
問題冊子・解答用紙 2 枚目中 1 枚目
香川大学 経済学部夜間主 2005 年度 前期前半
担当：三原麗珠

学籍番号 ____________________

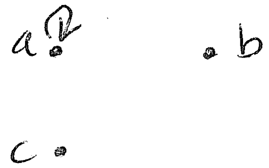
受験者名 ____________________

注意
a. 解答はこの用紙に直接記入して，提出すること.
b. 配点はそれぞれの問題のところにしめしている．合計 40 点満点である.

問題 1 [3+3+3=9 点]．点集合 $V = \{a, b, c\}$ と辺集合 $E = \{a, b, c\} \times \{a, b\}$ からなる有向グラフ $G = (V, E)$ が与えられている.
(i) 要素であるペア (2-組) をすべて列挙することにより辺集合 E を具体的に表せ.

$E = \{(a, a),$ $\}$.

(ii) 有向グラフ G を描け (以下の図を完成せよ).



(iii) 以下の集合から，有向グラフ G の強連結成分であるのをすべて選んで丸で囲め.
$\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$.

ヒント．有向グラフ $G' = (V', E')$ 上の強連結関係 R_s は以下によって定義される: 任意の点 $u, v \in V'$ にたいして，uR_sv とは u から v および v から u への (長さ 0 以上の) 有向路がともに存在することである．関係 R_s の強連結成分とは，集合 V の R_s による同値類 (ある $w \in V$ にたいして $\{x \in V : xR_sw\}$ となる集合) である.

問題 2 [6 点]．任意の自然数 n に対し，

$$P(n): \quad \sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

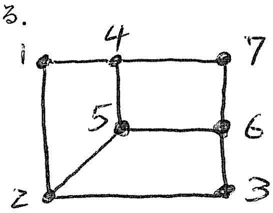
が成り立つことを帰納法によって証明せよ:

(基礎) $n = 1$ のとき，
左辺=
右辺=
となるので $P(1)$ は成立する.
(帰納ステップ) $n = k$ のとき $P(k)$ が成立するとする．つまり，$\sum_{i=1}^{k} i(i+1) =$
このとき，
$\sum_{i=1}^{k+1} i(i+1) =$

となるので $P(k+1)$ が成立する.
帰納法により，すべての自然数 n に対し $P(n)$ が成り立つことが証明された.

問題 3 [3+3+4+5=15 点]．(i) 立方体 (正六面体) のグラフ (8 点と 12 辺からなる) を平面描画せよ．その際，すべての辺をまっすぐな線分で描け.

(ii) 以下のグラフ G の最小次数 $\delta(G)$ を求めよ．連結グラフの最小次数とは各点 v の次数 $\deg v$ の最小のものである.



(iii) 設問 (ii) のグラフ G の点 2 から出発しすべての辺を一度ずつ通って点 5 に至る一筆書きは存在するか．存在するなら一筆書きを描け．存在しないなら理由を述べよ.

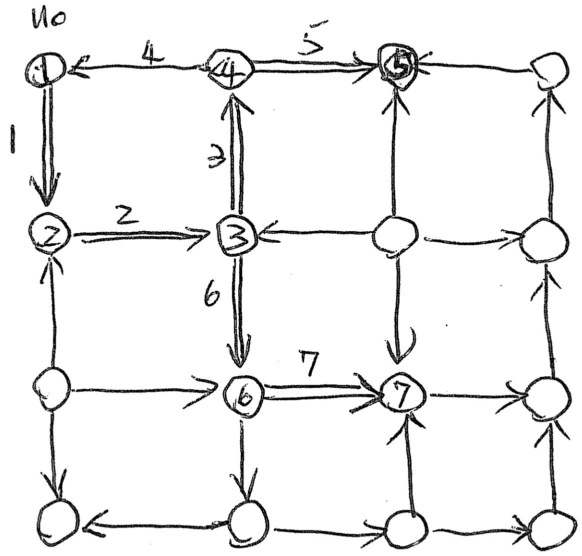
(iv) 設問 (ii) のグラフ G からできるだけ少ない個数の点およびそれらに接続する辺を除くことにより，残されたグラフが連結でなくなるようにしたい．どの点およびそれらに接続する辺を除けばよいか．除くべき点の名前を列挙せよ.

共通科目 数学 (グラフ理論とネットワーク最適化) 中間試験
問題冊子・解答用紙 2 枚目中 2 枚目
香川大学 経済学部夜間主 2005 年度 前期前半
担当：三原麗珠

学籍番号 ____________________

受験者名 ____________________

問題 4 [6 点]. 以下の有向グラフにたいして点 u_0 を始点として深さ優先探索を適用し，その結果をしめせ．新たに探索した点は探索順序に応じて番号を振り，新たに探索した辺にも探索順序に応じて番号を振れ．また，新たに探索した辺 (v, w) の終点 w が未探索ならばその辺を二重線にせよ．終点 w が探索済みならばその辺を一重のままにせよ．途中まで探索した以下の図を完成すればよい．



問題 5 [4 点]. 正 20 面体は 20 個の正三角形の面 (領域) から成っている．正 20 面体の辺の数はいくつか．